

# 边坡三维端部效应分析

刘华丽<sup>1</sup>, 朱大勇<sup>2</sup>, 钱七虎<sup>1</sup>, 李宏伟<sup>1</sup>

(1. 解放军理工大学 工程兵工程学院, 南京 210007; 2. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 合肥 230009)

**摘 要:** 利用基于滑面正应力修正的三维安全系数解法, 研究三维滑体端部作用对安全系数的影响。假设滑体中部为圆柱体, 端部为椭球面, 计算了一系列不同几何参数组合的滑体三维安全系数。结果表明, 当滑体宽度  $L$  与高度  $H$  的比值( $L/H$ )逐渐增大时, 三维安全系数  $F_3$  与主滑面二维安全系数  $F_2$  的比值( $F_3/F_2$ )逐渐减小, 当  $L/H=2$  时,  $F_3/F_2$  最大为 1.3; 当  $L/H=5$  时,  $F_3/F_2$  最大为 1.1, 当  $L/H > 10$  时,  $F_3/F_2 < 1.05$ , 此时可忽略端部效应。分析还发现, 当土体摩擦角愈大,  $F_3/F_2$  将有所减小, 即三维端部效应将有所减弱。

**关 键 词:** 端部分析; 三维; 滑坡; 稳定性

中图分类号: TU472

文献标识码: A

## Analysis of three-dimensional end effects of slopes

LIU Hua-li<sup>1</sup>, ZHU Da-yong<sup>2</sup>, QIAN Qi-hu<sup>1</sup>, LI Hong-wei<sup>1</sup>

(1. Engineering Institute of Engineer Corps, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China;

2. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** By using the explicit solution of three-dimensional landslide stability based on modification of normal stress distribution over the slip surface, the influence of the three-dimensional end effects on the factor of safety is investigated. The three-dimensional geometry of the slip surface is assumed to consist of a cylinder and elliptical ends. The values of three-dimensional factor of safety are computed with a series of combination of geometrical parameters. The computation results show that the ratio of the 3D factor of safety to the 2D factor of safety ( $F_3/F_2$ ) will decrease with the increase of the ratio of the width to height of sliding mass ( $L/H$ ). When  $L/H=2, 5$  and  $10$ , the maximum value of  $F_3/F_2$  is  $1.3, 1.1$  and  $1.05$  respectively. In addition, with the increase of the internal friction angle of the soil,  $F_3/F_2$  will become smaller, that is, the three-dimensional end effect would reduce slightly.

**Key words:** end analysis; three-dimension; landslide; stability

## 1 引 言

边坡稳定分析中通常假定平面应变条件<sup>[1]</sup>按二维极限平衡法进行分析, 这种假定很显然意味着边坡是无限宽的, 空间滑坡的三维效应和端部效应也被忽略了。然而, 考虑滑坡的三维效应是非常有意义的: (1) 因为自然界所有滑坡的宽度都是有限的; (2) 在工程实例中非均质土体的滑坡, 其潜在的滑体面积会随着不同的地质条件而改变; (3) 在三维边坡的回溯分析应考虑滑坡的三维效应, 否则将会过高估计抗剪应力。在最近的几十年中, 人们对三维滑坡稳定性分析越来越关注<sup>[2-8]</sup>, 很多学者提出

各种三维稳定性分析方法, 但由于三维稳定性分析较复杂, 实际工程中仍以二维分析为主。为了使采用二维分析不造成重大误差, 需要研究三维边坡端部效应的影响, 确定二维分析的适用范围, 考虑空间效应修正二维计算结果。

## 2 边坡三维安全系数显式解法

图 1 为一三维滑坡,  $(n_o^x, n_o^y, n_o^z)$  为条柱滑面法向力的方向余弦,  $(n_r^x, n_r^y, n_r^z)$  为条柱滑面剪切力的方向余弦。滑动在  $xoz$  平面内, 沿  $y$  轴方向不产生滑动。三维滑体的水平面和滑面用函数  $g(x, y)$  和

$s(x, y)$  描述。滑体两端的横坐标值为  $(x_a, x_b)$ ，滑体总重量为  $W$ ，水平方向的地震力为  $K_c W$  ( $K_c$  为地震影响系数)。作用于滑面上的正应力与剪切力是  $\sigma(x, y)$  和  $\tau(x, y)$ ，水压力合力为  $U(x, y)$ 。

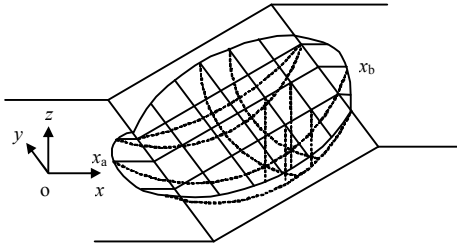


图 1 三维滑体图及相应坐标  
Fig.1 Three-dimensional sliding mass

假设法向合力为

$$\sigma(x, y) = \sigma_0(x, y) [\lambda_1 \xi_1(x, y) + \lambda_2 \xi_2(x, y)] \quad (1)$$

假定<sup>[9]</sup>:

$$\sigma_0 = \frac{W' - cA \sin \alpha_x / F_s + uA \tan \phi \sin \alpha_x / F_s}{m_a} \quad (2)$$

本文假定根据滑体垂直方向上的力平衡而得到:

$$m_a = \cos r_z \left( 1 + \frac{\sin \alpha_x \tan \phi}{F_s \cos r_z} \right) \quad (3)$$

式中:  $A$  为条柱底的实际面积;  $W'$  为条柱的重量。修正函数为

$$\left. \begin{aligned} \xi_1(x, y) &= \frac{x - x_b}{x_a - x_b} \\ \xi_2(x, y) &= \frac{x - x_a}{x_b - x_a} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

令

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \iint K_c w dx dy; \quad F_y = \iint w dx dy \\ r'_\sigma &= x + s s'_x; \quad r'_\tau = s'_x x - s \\ M_c &= \iint w x dx dy - \iint K_c w z_c dx dy \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对于对称的三维滑坡, 只需考虑对称面内 3 个平衡条件, 即只考虑水平  $x$  方向和垂直  $z$  方向的力平衡和绕旋转轴  $y$  方向的力矩平衡。

根据摩尔-库仑准则:

$$\tau(x, y) = \frac{[\sigma(x, y) - u(x, y)] \tan \phi(x, y) + c(x, y)}{F_s} \quad (6)$$

把式 (1) 代入 3 个平衡方程, 可得

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_1 \iint \left( -s'_x + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_1 \sigma_0 dx dy + \\ &\lambda_2 \iint \left( -s'_x + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_2 \sigma_0 dx dy = \\ &F_x + \frac{1}{F_s} \iint \rho (u \psi - c) dx dy \\ &\lambda_1 \iint \left( 1 + s'_x \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_1 \sigma_0 dx dy + \\ &\lambda_2 \iint \left( 1 + s'_x \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_2 \sigma_0 dx dy = \\ &F_y + \frac{1}{F_s} \iint s'_x \rho (u \psi - c) dx dy \\ &F_s = F_\tau / F_\sigma \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} F_\sigma &= M_c - \lambda_1 \iint \sigma_0 \xi_1 r'_\sigma dx dy - \lambda_2 \iint \sigma_0 \xi_2 r'_\sigma dx dy \\ F_\tau &= \lambda_1 \iint \sigma_0 \psi \xi_1 r'_\tau \rho dx dy + \\ &\lambda_2 \iint \sigma_0 \psi \xi_2 r'_\tau \rho dx dy + \iint (-u \psi + c) r'_\tau \rho dx dy \\ \rho &= \frac{\Delta}{\Delta'}, \quad \Delta = \sqrt{1 + (s'_x)^2 + (s'_y)^2}, \quad \Delta' = \sqrt{1 + (s'_x)^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$\tan \phi(x, y)$  记为  $\psi$ 。安全系数  $F_s$  的求解可以参照文献[10]。

### 3 空间滑面形式

如图 2 所示, 滑体为中间圆柱体的一部分, 端部为两个对称的椭球面构造而成。

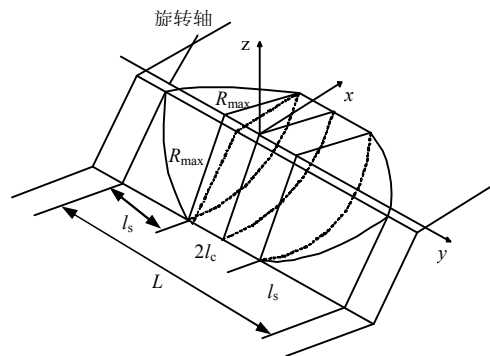


图 2 三维滑面形状  
Fig.2 Geometry of a three-dimensional slip surface

纵深的总宽度为

$$L = 2l_c + 2l_s \quad (9)$$

式中:  $2l_c$  为中间圆柱体的宽度;  $l_s$  为每个端部曲面的宽度。假设圆柱的中心坐标为  $(x_0, 0, z_0)$ , 中间圆

柱部分的方程为

$$(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2 = R_{\max}^2, \quad (-1 \leq y \leq l_c) \quad (10)$$

假定端部曲面为旋转椭球曲面, 其方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(z-z_0)^2}{a^2} &= 1 - \frac{(y-l_c)^2}{b^2} \\ (l_c \leq y \leq l_c + l_s) \\ \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(z-z_0)^2}{a^2} &= 1 - \frac{(y+l_c)^2}{b^2} \\ (-l_c - l_s \leq y \leq -l_c) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中:  $a = R_{\max}^2$ ;  $b = l_s$ 。

#### 4 边坡的端部效应分析

如图3所示, 为三维近似危险滑面(以二维的最危险滑面为主剖面扩展到三维而得到的滑面)和三维最危险滑面(三维状态下搜索到的最危险滑面)剖面图。

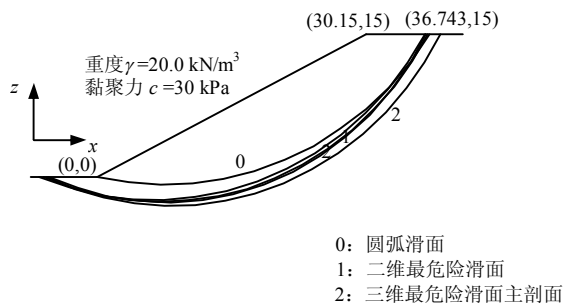
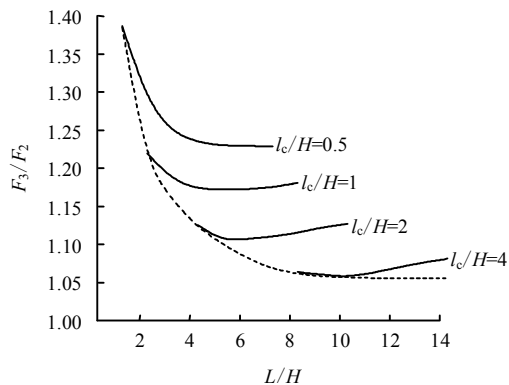


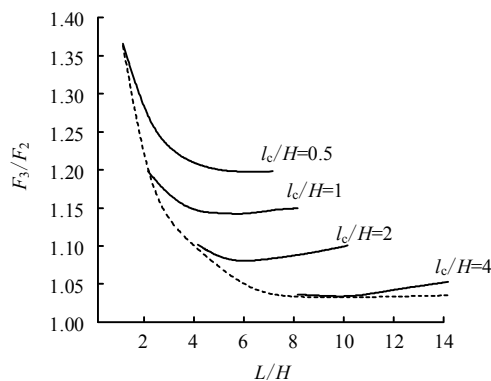
图3 三维主滑面图(单位: m)

Fig.3 Three-dimensional cross-section of slope(unit: m)

图4~8为不同摩擦角时不同滑体中间宽度 $2l_c$ 与端部宽度 $l_s$ 组合的三维安全系数 $F_3$ 与二维安全系数 $F_2$ 的比值( $F_3/F_2$ )。图中, 虚线为包络线代表一定滑体总宽度( $L=2l_c+2l_s$ )  $F_3/F_2$ 的最小值。表1为三维滑面下三维与二维安全系数比值比较。从图、表中可以看出, 当滑体比值 $L/H$ 逐渐增大时,  $F_3/F_2$ 逐渐减小, 当 $L/H=2$ 时,  $F_3/F_2$ 最大为1.375; 当 $L/H=5$ 时,  $F_3/F_2$ 最大为1.14, 当 $L/H>10$ 时,  $F_3/F_2<1.05$ , 此时可忽略端部效应。当土体摩擦角愈大,  $F_3/F_2$ 将有所减小, 即三维端部效应将有所减弱。同时还发现, 三维最危险滑面下的端部效应始终小于三维近似危险滑面下的端部效应, 但二者相差不大, 最大不超过6%。因此分析三维端部效应时不一定必须寻找出三维最危险滑面。

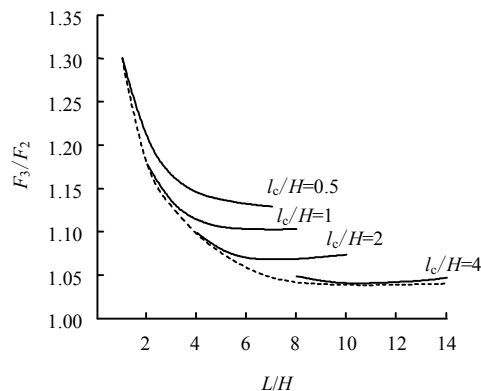


(a) 三维近似危险滑面

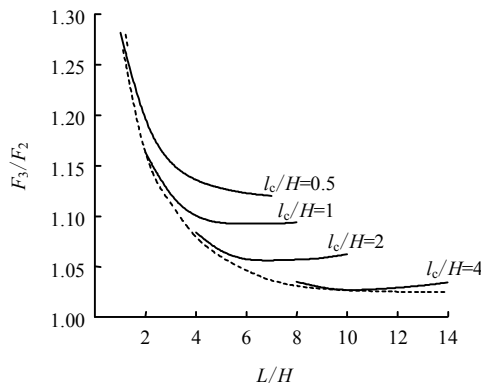


(b) 三维最危险滑面

图4 摩擦角为 $0^\circ$ 的端部效应分析  
Fig.4 End effect analysis for  $\varphi = 0^\circ$

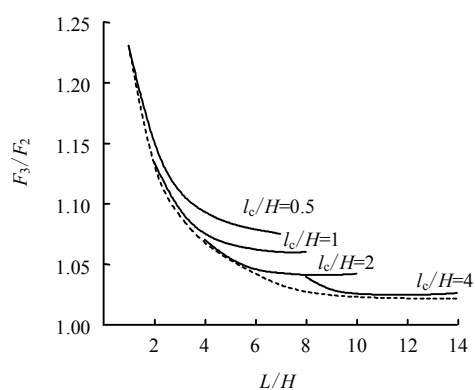


(a) 三维近似危险滑面

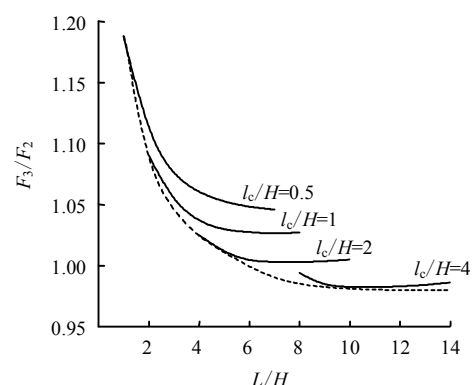


(b) 三维最危险滑面

图5 摩擦角为 $10^\circ$ 的端部效应分析  
Fig.5 End effect analysis for  $\varphi = 10^\circ$

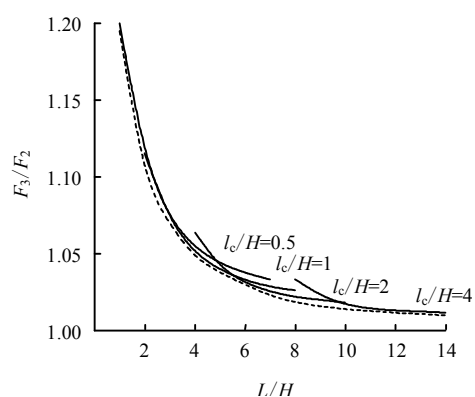


(a) 三维近似危险滑面

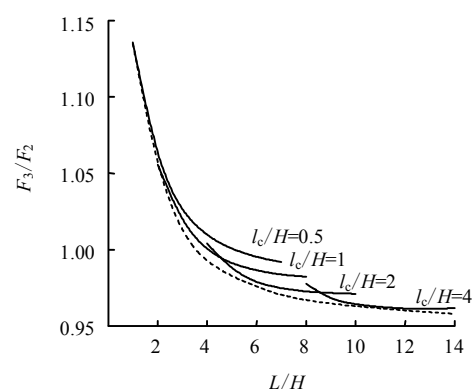


(b) 三维最危险滑面

图 6 摩擦角为 20° 的端部效应分析

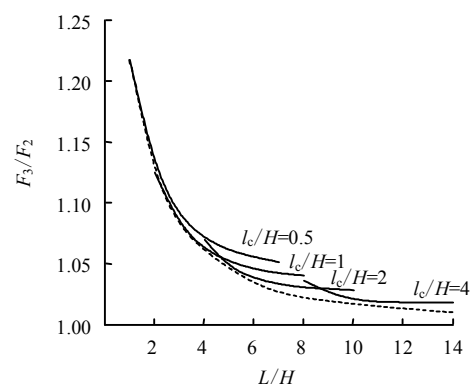
Fig.6 End effect analysis for  $\varphi = 20^\circ$ 

(a) 三维近似危险滑面

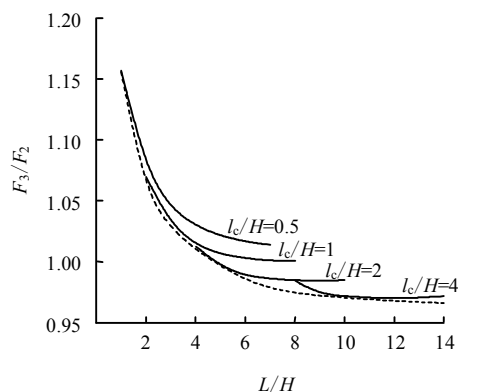


(b) 三维最危险滑面

图 8 摩擦角为 40° 的端部效应分析

Fig.8 End effect analysis for  $\varphi = 40^\circ$ 

(a) 三维近似危险滑面



(b) 三维最危险滑面

图 7 摩擦角为 30° 的端部效应分析

Fig.7 End effect analysis for  $\varphi = 30^\circ$ 

表 1 三维滑面下三维与二维安全系数比值比较表

Table 1 Comparison of the ratios of three- to two-dimensional factors of safety in 3D approximately dangerous slip

| 滑面       | $L/H$ | 不同内摩擦角的 $F_3/F_1$   |                      |                      |                      |                      |
|----------|-------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|          |       | $\varphi = 0^\circ$ | $\varphi = 10^\circ$ | $\varphi = 20^\circ$ | $\varphi = 30^\circ$ | $\varphi = 40^\circ$ |
| 三维近似危险滑面 | 2     | 1.375               | 1.300                | 1.230                | 1.212                | 1.200                |
|          | 3     | 1.225               | 1.162                | 1.120                | 1.115                | 1.090                |
|          | 4     | 1.155               | 1.125                | 1.080                | 1.075                | 1.062                |
|          | 5     | 1.140               | 1.100                | 1.062                | 1.055                | 1.045                |
|          | 6     | 1.115               | 1.070                | 1.048                | 1.045                | 1.032                |
|          | 7     | 1.085               | 1.055                | 1.040                | 1.030                | 1.026                |
|          | 8     | 1.072               | 1.050                | 1.035                | 1.025                | 1.022                |
|          | 9     | 1.060               | 1.048                | 1.025                | 1.022                | 1.020                |
|          | 10    | 1.050               | 1.047                | 1.022                | 1.020                | 1.018                |
| 三维最危险滑面  | 2     | 1.360               | 1.275                | 1.180                | 1.165                | 1.135                |
|          | 3     | 1.185               | 1.145                | 1.075                | 1.055                | 1.052                |
|          | 4     | 1.125               | 1.100                | 1.040                | 1.024                | 1.021                |
|          | 5     | 1.090               | 1.075                | 1.025                | 1.012                | 0.997                |
|          | 6     | 1.075               | 1.055                | 1.012                | 0.996                | 0.985                |
|          | 7     | 1.050               | 1.048                | 0.992                | 0.982                | 0.972                |
|          | 8     | 1.045               | 1.035                | 0.985                | 0.978                | 0.968                |
|          | 9     | 1.040               | 1.033                | 0.979                | 0.973                | 0.965                |
|          | 10    | 1.035               | 1.032                | 0.975                | 0.970                | 0.962                |

## 5 结 语

(1)  $L/H$  逐渐增大时,  $F_3/F_2$  逐渐减小, 直至

趋近于 1。

(2) 当土体摩擦角增大, 三维端部效应将有所减弱。三维最危险滑面下的端部效应始终小于三维近似危险滑面下的端部效应, 但二者相差不大, 最大不超过 6%。

### 参考文献

- [1] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报. 2001, 23(5): 252—259.  
CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(5): 252—259.
- [2] AZZOUZ A S, BALIGH M M. Three-dimensional stability of slopes[M]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1978.
- [3] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. **J. Geotech. Eng.**, 1977, 103(9): 971—986.
- [4] CHEN R H, CHAMEA J L. Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes[J]. **Geotechnique**. 1982, 33: 31—40.
- [5] BALIGH M M, AZZOUZ A S. End effects on cohesive slopes[J]. **J. Geotech. Eng.**, 1975, 101(11): 1105—1107.
- [6] GENS A, HUTCHISON JN, CAVOUNIDIS S. Three-dimensional analysis of slices in cohesive soils[J]. **Geotechnique**, 1988, 38: 1—23.
- [7] 郑宏, 周创兵. 三维边坡稳定性的整体分析方法及其工程应用[J]. 中国科学(E 辑), 2009, 39(1): 23—28.  
ZHENG Hong, ZHOU Chuang-bing. Global analysis of slope stability and its engineering application[J]. **Science in China(Series E)**, 2009, 39(1): 23—28.
- [8] 朱大勇, 丁秀丽, 钱七虎. 一般形状边坡三维极限平衡解答[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 29(10): 1460—1464.  
ZHU Da-yong, DING Xiu-li, QIAN Qi-hu. Three-dimensional limit equilibrium solution to generalized-shaped slope stability[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(10): 1460—1464.
- [9] HUNGR O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimension[J]. **Geotechnique**, 1987, 37: 113—117.
- [10] ZHU D Y, LEE C F. Explicit limit equilibrium solution for slope stability[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2002, 26: 1573—1590.

---

## 2011 年中国土木工程安全与防灾学术论坛在东南大学成功举办

2011 年 5 月 7~8 日, 由中国土木工程学会、中国工程院土木水利与建筑工程学部、国家自然科学基金委员会材料与工程学部、东南大学、江苏省土木建筑学会共同主办的 2011 年度全国土木工程安全与防灾学术论坛在南京隆重举行。东南大学王保平副校长, 中国土木工程学会张雁秘书长、中国工程院土木水利与建筑工程学部高战军处长、国家奖励办公室黄灿宏等领导, 中国工程院十位院士和来自全国数十所高等院校和科研院所的土木工程专家学者约 300 人参加了此次会议。

会议开幕式由东南大学土木工程学院院长吴刚主持。王保平副校长在欢迎辞中介绍了东南大学及土建交通学科群近年来的发展情况以及远景计划。本次论坛主席、中国工程院杨秀敏院士代表主办单位热烈欢迎各位代表。杨院士在讲话中指出, 我国的土木工程基础设施建设日新月异, 带来的土木工程建设、运营、管养中的各类工程安全问题也日益凸显, 各种自然灾害和恶劣环境也使土木工程的安全性、耐久性与灾害防护经受巨大考验。我国的工程建设要在建设初就走可持续发展道路, 提高工程结构的安全性和耐久性, 尽量避免国外走国外发达国家先建设、后维修加固的老路。

本届论坛为土木工程安全与防灾领域的高水平学术论坛。在为期两天的会议中, 共六位中国工程院院士和二十一位国家“千人计划”特聘专家、杰出青年基金获得者、“长江学者奖励计划”特聘教授、国家重点实验室主任等土木工程安全与防灾领域的特邀专家分别就建筑工程、桥梁工程、水利工程、地下工程安全与防灾; 土木工程高性能材料及其力学性能与耐久性; 土木工程各类灾害的形成机理与防护对策; 土木工程灾害评估等主题做了学术交流报告, 展示了我国土木工程安全与防灾领域的最新研究成果和进展, 促进了本领域的高层次合作与交流。

会议取得了圆满成功!